

Міністерство освіти і науки України
Департамент освіти і науки
Дніпропетровської облдержадміністрації
Дніпропетровський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
Кафедра математики
Васильківський НВК №1 Васильківського району



Курсова робота

Математичне моделювання як метод розвитку творчої особистості

Виконала:
слухач курсів
вчителів математики
Міцик О. В.
Перевірила:
Букарева Т. Б.

2013



*Міцик
Олександра Вікторівна*

вчитель математики

вищої категорії

Васильківського НВК №1 ім. М.М. Коцюбинського

Стаж роботи в НВК — 19 років

АНОТАЦІЯ

В даній роботі розглядається актуальність та проблема реалізації прикладної спрямованості навчання математики у загальноосвітній школі, особливості сприйняття учнями 5-6 класів на уроках математики, 7-9 класів на уроках алгебри і геометрії та учнями старшої школи методу математичного моделювання, як можливості творчого підходу до розв'язування прикладних задач.

Показані приклади математичних моделей та відповідно задач, які розв'язуються за їх допомогою починаючи з п'ятого класу.

Запропоновані рекомендації для вчителів щодо проведення уроків та наведені розробки уроків у 6, 9 класах для розвитку та узагальнення математичної компетентності — здатність створювати математичні моделі реальних ситуацій і знаходити за їх допомогою розв'язки задач. Також використана добірка прикладних задач професійної спрямованості.

Матеріал стане у пригоді вчителям математики в роботі над розвитком відповідної математичної компетентності для сприяння зростанню творчої особистості учня.

ЗМІСТ

I.	Введення.....	5
II.	Основна частина	
	• Актуальність теми.....	8
	• Етапи математичного моделювання в процесі розв'язування прикладної задачі.....	11
	• Цілі навчання математичному моделюванню учнів основної школи.....	13
	• Завдання навчання математичному моделюванню учнів основної школи.....	14
	• Приклади задач, які зручно розв'язувати за допомогою створення математичної моделі (5-6 кл.).....	16
	• Прикладні задачі в процесі навчання алгебри в основній школі.....	22
	• Структурна модель навчання математичному моделюванню учнів основної школи (математика 5-6 кл., геометрія 7-9 кл.).....	25
	• Структурна модель вивчення теми «Математичне моделювання» у 9 класі.....	28
	• Формування понять математична модель та математичне моделювання в курсі алгебри і початків аналізу.....	29
	• Прикладний потенціал тригонометричного матеріалу та приклади задач.....	31
	• Як будувати систему уроків по роботі над розвитком математичної компетентності, яка розглядається.....	33
III.	Висновок.....	35
IV.	Додатки	
	1. Урок-залік з теми «Створення математичних моделей реальних ситуацій і знаходження за їх допомогою розв'язків задач»(6 клас).....	37
	2. Урок застосування знань і вмінь «Математичне моделювання. Розв'язування прикладних задач» (9 клас).....	41
	3. Задачі прикладного характеру.....	49
V.	Список використаних джерел.....	59

ВВЕДЕННЯ

Сучасна освіта — це освіта для людини. Її стрижнем є розвиваюча, культуротворча домінанта, виховання здатності до самоосвіти і саморозвитку особистості, яка вміє використовувати набуті знання і вміння для творчого розв'язання проблем, критично мислити, опрацьовувати різноманітну інформацію, прагне змінити на краще своє життя.

Роль учителя є вирішальною у процесах формування творчого мислення, гартування характеру й виховання моральних якостей учня. Він генератор і джерело ідей, якими керується другий суб'єкт педагогічного процесу — учень. Від педагогічної майстерності вчителя залежить націлювання учнів на належний навчальний лад. Тоді цілі вчителя стають і цілями учнів — у них одна мета. Природно, що прагнення обох до єдиної мети прискорює її досягнення. Щоб керувати процесом формування і розвитку здібностей учнів, треба знати актуальні і потенціальні їх рівні. Водночас виникає проблема: якими повинні бути умови середовища, щоб кожен школяр міг розвинути свої творчі нахили й перетворити їх у творчі досягнення.

Високий рівень успішності учнів не завжди поєднується з високим рівнем творчої обдарованості. У зв'язку з цим потрібно намагатися створити сприятливі умови для самовираження кожної дитини в різних видах діяльності, в тому числі й навчально-творчій.

Саме уроки математики дають виключні можливості прищеплювати інтерес до творчих пошуків, виховувати в дітей бажання шукати нові, кращі шляхи виконання дорученої справи. Справді, пошук кращих способів розв'язання нестандартних задач, нестандартних розв'язань традиційних задач, аналіз змісту теорем, бесіди про видатних учених, організація способу здобуття знань — усе це є важливими складовими на шляху розвитку творчих здібностей учнів. Дуже важливо, щоб діти повірили у власні сили і здібності, зрозуміли, що без напруженої систематичної праці прийти до успіху неможливо.

Для багатьох учнів визначальним чинником вивчення математики є її загальнознана роль у житті та інших науках. Але є учні, які на уроці перестають слухати або, навпаки, тільки роблять вигляд, що слухають, але не чують, якщо новий матеріал їх не зацікавив з самого початку. Запобігаючи байдужості на уроці, появу нового матеріалу потрібно підпорядковувати

природній допитливості школяра: новий факт не виникає з «нічого»; разом з дітьми з'ясувати можливості його застосування, а форму організації навчання обирати оптимальною.

Для успішної участі у суспільному житті особистість повинна володіти певними прийомами математичної діяльності та навичками їх застосувань до розв'язання конкретних практичних задач. Тому перед сучасною школою поставлені завдання щодо поєднання теоретичного навчання з подальшим практичним застосуванням, а саме підвищення шкільної математичної освіти за умов посилення її прикладного та практичного спрямування.

Прикладна спрямованість шкільного курсу математики як проблема, яку необхідно вирішити, та як завдання, яке потребує розв'язання у навчанні математики, задекларовані в різних освітніх документах, а саме в "Концепції загальної середньої освіти", "Державному стандарті базової шкільної середньої освіти: освітня галузь Математика", у програмах з математики для середньої школи та в інших документах. Одним з етапів вирішення даної проблеми є введення теми „Елементи прикладної математики” в 9 класі.

Вперше означення поняття „прикладна спрямованість шкільного курсу математики” було запропоновано радянським педагогом-математиком В.В. Фірсовим. Згодом воно вдосконалювалось іншими вченими (Ю.М. Колягін, В.В. Пікан, З.І. Слєпкань, І.Ф. Тесленко, Г.П. Бєвз, Б.В. Гнеденко). В найширшому розумінні сутність прикладної спрямованості шкільного курсу математики полягає в здійсненні цілеспрямованого, змістового та методологічного зв'язків математики з практикою та набуття учнями в процесі навчання математики знань, умінь і навичок, які будуть використовуватись ними в повсякденному житті, в навчанні, в майбутній професійній діяльності [2,4].

Основним методом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є метод математичного моделювання, а найбільш ефективним засобом — прикладні задачі, розв'язування яких потребує глибоких знань як з математики, так і з інших дисциплін.

Знання, не пов'язані з практикою, забуваються. Знання з математики, пов'язані з винахідливістю, практикою, життєвим досвідом, умінням застосовувати їх у нестандартних ситуаціях, більш міцні, стабільні, корисні.

Пізнавальний інтерес та творча активність учнів розвиваються шляхом використання активних форм і методів навчання, які спираються на несподіваність, парадоксальність, цікавість, проблемні ситуації.

Мета: розглянути основу методичної системи формування в учнів загальноосвітньої школи знань, умінь і навичок математичного моделювання, як методу сприяння розвитку творчої особистості.

Завдання:

- розглянути проблему реалізації прикладної спрямованості навчання математики у загальноосвітній школі, особливості сприйняття учнями методу математичного моделювання, як можливості творчого підходу до розв'язування прикладних задач;
- досягати свідомого оволодіння учнями системою математичних знань, умінь і навичок, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для успішного опанування інших знань і здійснення неперервної освіти;
- працювати над інтелектуальним розвитком учнів (розвитком логічного і просторового мислення, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції, тощо);
- формувати в учнів науковий світогляд, уявлення про ідеї і методи математики та її роль у пізнанні навколишнього світу;
- виховувати творчу ініціативу, прагнення не зупинятись на досягнутому;
- допомагати школярам у свідомому виборі майбутньої професії.

Очікувані результати:

- розширення теоретико-методологічної бази з даного питання;
- відображення реалізації прикладної спрямованості навчання математики у загальноосвітній школі, тобто навчання математичному моделюванню, яке сприяє творчому розвитку особистості учня;
- формування системного математичного, логічного мислення школярів;
- творчий підхід учнів до розв'язування практичних задач з використанням математичного моделювання.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Актуальність теми

Одним із основних завдань сучасної освіти є формування практично компетентної, творчої особистості. Тому пошук нових можливостей підсилення прикладної спрямованості шкільного курсу математики, засобів формування навичок математичного моделювання є перспективним напрямком досліджень у сфері теорії і методики навчання математики.

Згідно навчальних програм з математики для загальноосвітніх навчальних закладів (за новим Державним стандартом) в основу побудови змісту й організації процесу навчання математики покладено *компетентнісний підхід*, відповідно до якого кінцевим результатом навчання предмета є сформовані певні компетентності як здатності учня успішно діяти в навчальних і життєвих ситуаціях і нести відповідальність за свої дії. *Компетентність* є особистісним утворенням, яке формується на основі здобутих знань, досвіду діяльності, вироблених ціннісних орієнтацій, ставлень, оцінок.

Навчання математики в основній школі передбачає передусім формування предметної математичної компетентності, сутнісний опис якої подано у розділі «Державні вимоги до загальноосвітньої підготовки учнів» цієї програми. Крім того, воно має зробити певний внесок у формування окремих ключових (більш загальних, що виходять за межі одного предмета) компетентностей, зокрема загальнонавчальної (уміння вчитися), комунікативної (здатності грамотно формулювати і висловлювати судження), загальнокультурної та інших. Формування зазначених компетентностей підпорядковується реалізації загальних завдань шкільної математичної освіти, що здійснюється на всіх ступенях школи. До них належать:

- формування *ставлення* учнів до математики як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення з ідеями і методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишнього світу;
- забезпечення *оволодіння* учнями математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і моделей як

таких, що дають змогу описувати загальні властивості об'єктів, процесів та явищ;

- формування *здатності* логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;
- розвиток *умінь* працювати з підручником, опрацьовувати математичні тексти, шукати і використовувати додаткову навчальну інформацію, критично оцінювати здобуту інформацію та її джерела, виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки, використовувати отриману інформацію в особистому житті;
- формування *здатності* оцінювати правильність і раціональність розв'язування математичних задач, обґрунтовувати твердження, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації.

Необхідною умовою формування компетентностей є діяльнісна спрямованість навчання, яка передбачає постійне включення учнів до різних видів педагогічно доцільної активної навчально-пізнавальної діяльності, а також практична його спрямованість. Необхідно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці [24].

Тому, зараз завдання вчителя — керувати пізнавальною діяльністю учня та допомагати йому отримати той рівень навчальних досягнень, який він може одержати в міру своїх здібностей і можливостей, хоче одержати для подальшого свого розвитку в умовах школи життєтворчості та майбутнього життєвого шляху.

Важливо переконати учнів у необхідності вивчення математики, адже вона дисциплінує розум, привчає до логічного мислення. Можливо, формули, доведення тотожностей і теорем не запам'ятаються на все життя, але залишиться звичка міркувати, збережеться вміння пояснювати, доводити не тільки другим, а й самому собі якісь істини, закріпиться вміння шукати і знаходити раціональні шляхи розв'язання життєвих проблем.

Сильне враження на учнів справляє обґрунтування необхідності вивчати нові математичні поняття у зв'язку з потребами вивчення суміжних дисциплін:

- побудова й читання робочих креслень; ознайомлення з описом

інструментів; розрахунки розмірів деталей, а також потрібних для їх виготовлення матеріалів (трудове навчання);

- записування результатів спостережень на місцевості, знаходження дійсних відстаней на карті, вимірювання на місцевості, побудова плану ділянок (географія);
- формули, числові розрахунки, розв'язування рівнянь, графіки і таблиці, які характеризують перебіг різних процесів (хімія і фізика).

Так, на початковому рівні можна виявити професійні нахили учнів та націлити їх на необхідність вивчення математики як науки для подальшого творчого застосування здобутих знань в житті.

У концепції математичної освіти підкреслюється, що остання повинна спиратись на розвивальний характер навчання і прикладну спрямованість, розвиток вміння застосовувати знання до розв'язування практичних задач, які виникають за межами математики і розв'язуються математичними методами. У евристичному навчанні математики розв'язування прикладних задач набуває особистісного значення.

На думку О. І. Скафи, яка визначає евристичне навчання математики як реалізацію теоретико-методичних основ формування прийомів навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів в умовах інформаційно-комунікаційних технологій, розглядаються евристичні прийоми, як особливі прийоми, які сформувалися в ході розв'язання одних задач і більш-менш свідомо переносяться на інші [7].

Навчання загальним та спеціальним евристичним прийомам формує евристичну діяльність і більш ефективно сприяє розвитку творчого мислення. Процес формування евристичної діяльності та творчість взаємопов'язані між собою компоненти. Як відзначає А. В. Хуторський [9], евристика – наука про відкриття нового, а творчість – процес створення нового, тобто без сформованих в учня евристичних прийомів діяльності неможливо організувати і керувати процесом формування творчої діяльності.

У реальному навчальному процесі прикладна і практична спрямованість задач функціонують, як правило, спільно. Проте, перше поняття більш загальне, воно визначає мету вивчення математики, а друге – засоби, форми і методи роботи.

Проблемі реалізації прикладної спрямованості навчання математики у загальноосвітній школі присвячені дослідження Г. П. Бевза, Л. М.

Вивальнюка, Ю. В. Горошка, А. М. Гнеденка, О. С. Дубінчук, М. І. Жалдака, В. М. Лейфури, З. І. Слєпкань, О. І. Скафи, Л. О. Соколенко, Л. М. Фрідмана, І. М. Шапіро, В. О. Швеця, М. І. Шкіля та ін.

Аналіз наукових досліджень фундаторів математичного моделювання та практичного стану проблеми свідчить про те, що це поняття слід розглядати як один з параметрів, за яким можна було б оцінити внесок математики в розвиток особистості учня.

Для того, щоб учні оволоділи ідеями і методами сучасної математики необхідно ввести їх у зміст навчання у явному вигляді, оскільки актуально усвідомлюється лише той зміст навчального матеріалу, який є предметом цілеспрямованої активності суб'єкта.

Актуальною залишається проблема відбору змісту особистісно-орієнтованої математичної освіти та питання формування понять математична модель та математичне моделювання в процесі евристичного навчання.

Під час побудови математичної моделі прикладної задачі звичайно виникає потреба побудови математичних моделей реальних об'єктів, про які йдеться в задачі. Математичні моделі реального процесу або об'єкта можуть бути подані у вигляді формули, математичного малюнка, математичного твердження, геометричної фігури, пропорції тощо. У реальному житті є багато задач, які, на перший погляд, не мають між собою нічого спільного. Але часто для їх розв'язання можна використовувати одну й ту саму математичну модель. Отже, вміння працювати з однією математичною моделлю дає можливість розв'язувати різні прикладні задачі. Навчання учнів самостійно здійснювати дослідження, використовувати нестандартні підходи до розв'язування задач сприяє результативному та ефективному процесу формування творчого мислення учня, підвищення навчально-пізнавальної діяльності.

Процесу розв'язування прикладної задачі властиві всі етапи математичного моделювання

I етап. Створення математичної моделі – переклад задачі з природної мови тієї галузі, де вона виникла, на мову математики.

II етап. Дослідження математичної моделі – на цьому етапі велика увага приділяється розробці алгоритму і методів розв'язування задачі, за

допомогою яких результат можна знайти з необхідною точністю і за припустимий час. Тут важливої ролі набуває математичний апарат, необхідний для аналізу та розв'язання математичної моделі.

III етап. Інтерпретація розв'язків – на цьому етапі з'ясовується, чи відповідають результати експерименту теоретичним наслідкам моделі в межах визначеної точності. Потрібно повернутися до початкової умови та з'ясувати, чи задовольняє одержаний розв'язок змісту прикладної задачі. Іноді в результаті такої інтерпретації, з'ясовується, що розв'язки математичної задачі або не можуть бути розв'язками прикладної задачі, або виникає потреба в додаткових дослідженнях і перетвореннях.

У процесі розвитку науки і техніки дані про досліджувані явища усе більше і більше уточнюються і настає момент, коли висновки, що одержують на основі існуючої математичної моделі, не відповідають нашим знанням про явище. Таким чином, виникає необхідність побудови нової, досконалішої математичної моделі. Аналіз знайдених результатів обов'язковий у процесі розв'язування прикладних задач [11,12].

Дослідження показують, що найбільш складним для учнів є перший етап. Це пов'язано, насамперед, з невмінням перекласти умову прикладної задачі з природної мови на мову математики та створити адекватну математичну модель, оскільки у більшості учнів розвинуте алгоритмічне мислення, що є перешкодою розвитку мислення творчого. Якщо ж учням запропонувати готову модель прикладної задачі (рівняння, систему рівнянь, функцію тощо), або допомогти створити її, то з розв'язанням учні справляються, як правило, добре. Менш успішним, порівняно з другим етапом, є третій етап. Учні не завжди можуть проінтерпретувати розв'язок математичної задачі як розв'язок прикладної задачі [13].

Отже, в учнів необхідно спеціально формувати вміння застосовувати теоретичні знання для розв'язування конкретних практичних задач.

Задачі прикладного характеру досить вдало доповнюють систему задач шкільного курсу математики і можуть використовуватись на різних етапах навчання і з різною метою. Залучення учнів до розв'язування таких задач на уроках математики сприяє розвитку творчого мислення, свідомому, якісному засвоєнню навчального матеріалу, активізує навчально-пізнавальну діяльність, дозволяє здійснювати перенесення отриманих знань і умінь в ту чи іншу галузь, що у свою чергу, активізує інтерес до завдань прикладного характеру і вивчення математики в цілому [14].

Цілі навчання математичному моделюванню учнів
основної школи

Класи	Навчальна	Розвивальна	Виховна
5-6	<i>Формувати</i> уявлення про математичну модель та її види; уміння будувати математичну модель до задачі або скласти задачу за даною математичною моделлю; уміння інтерпретувати отримані у процесі розв'язання задачі дані.	<i>Розвивати</i> мислення, уяву, увагу, пам'ять, креативність учнів, а також загальні прийоми розумової діяльності.	<i>Виховувати</i> пізнавальний інтерес до математики, моральність, культуру, уміння гармонізувати своє «хочу», «можу» і «повинен».
7-8	<i>Формувати</i> поняття про математичну модель, її види, етапи математичного моделювання; уміння будувати доцільні математичні моделі до задачі; уміння інтерпретувати отримані в процесі розв'язання задачі дані.	<i>Розвивати</i> абстрактно-логічне мислення, уяву, увагу, пам'ять учнів, а також загальні прийоми розумової діяльності.	<i>Підтримувати</i> пізнавальний інтерес до математики; <i>виховувати</i> адекватну самооцінку, уміння формулювати і захищати власну точку зору, аргументувати свої судження.

9	<p><i>Узагальнити</i> знання про математичну модель, її види, етапи математичного моделювання;</p> <p><i>удосконалити</i> вміння розв'язувати задачі методом математичного моделювання;</p> <p><i>формувати</i> вміння використовувати інформаційно-комунікаційні технології при створенні та дослідженні математичної моделі.</p>	<p><i>Розвивати</i> формально-логічне та формально-операційне мислення, пам'ять учнів, удосконалювати володіння загальними прийомами розумової діяльності.</p>	<p><i>Виховувати</i> інтерес до теоретичних проблем математики, моральність, культуру, самостійність у здобутті нових знань, вміння розглядати ситуацію під різними кутами зору, обирати найоптимальніший вихід, критично ставитись до помилок.</p>
---	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Відповідно до мети ставимо такі завдання

а) навчальні:

1) розумового характеру:

- 1.1) стимулювання інтелектуальної активності;
- 1.2) формування наукового світорозуміння;

2) практичного характеру:

- 2.1) підвищення життєвої компетенції учнів;
- 2.2) формування навичок пошукової діяльності;

б) розвивальні:

- 1) формування і розвиток пізнавальних процесів (пам'яті, уваги, мислення);
- 2) загальних прийомів розумової діяльності та комунікативних навичок;

в) ВИХОВНІ:

- 1) створення широкого поля для встановлення міжпредметних зв'язків;
- 2) стимулювання та підтримка інтересу до предмета;
- 3) здійснення пропедевтичної профорієнтаційної роботи.

Викладаючи математику в 5 класі, зважую на те, що мислення цих школярів в основному наочно-образне з елементами логічного.

Для розвитку логічного мислення, інтуїції, кмітливості особливу увагу у 5 класі приділяю текстовим задачам. Уміння розв'язувати текстові задачі знаходить широке застосування у повсякденному житті. Для розв'язування задач потрібно: по-перше, вміти розв'язувати елементарні задачі; по-друге, вміти розв'язувати типові задачі; по-третє, володіти загальними методами та окремими евристиками розв'язування задач. Уміння розв'язувати текстові задачі формується за допомогою системи задач, розв'язуючи яку учні приходять до узагальнень, тобто вони відкривають метод розв'язування задач певного типу, далі йдуть задачі на застосування методу, а потім – нестандартні задачі, здебільшого – на кмітливість, цікаві задачі, практичні та задачі підвищеної складності.

Розв'язувати текстові задачі в 5 класі можна не лише за допомогою схем, рівнянь, а й арифметичними способами чи за допомогою діаграм, тобто учнів треба ознайомлювати з прикладами різних математичних моделей.

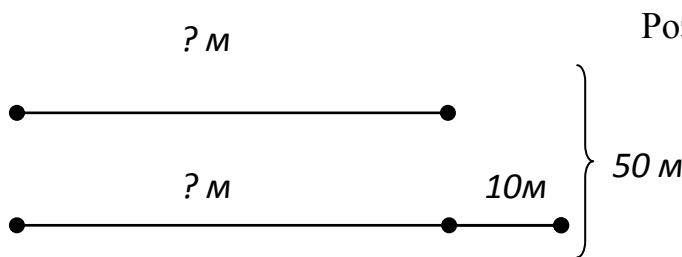
В задачах, що розглядаються у 5 класі, математичною моделлю може бути:

- графічна ілюстрація (задачі на рух);
- скорочений запис (схема співвідношень величин);
- рівняння;
- переклад мови задачі на мову геометричних фігур та знаходження їх периметрів, площ, об'ємів;
- використання відсотків, масштабу, середнього арифметичного;
- діаграми – як наочні моделі окремих задач.

**Розглянемо приклади задач, які зручно
розв'язувати за допомогою створення
математичної моделі (5-6 кл.)**

I. Модель – графічна ілюстрація змісту задачі.

Задача 1. У двох рулонах 50 м тканини. Один рулон коротший за другий на 10 метрів. Скільки метрів тканини в кожному рулоні?

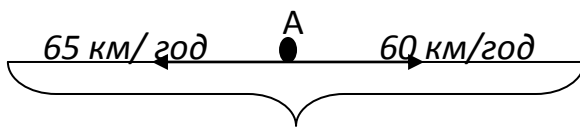


Розв'язання

Це задача на знаходження двох чисел за їх сумою та різницею. Дамо графічну ілюстрацію умови.

Відповідь: 20 м і 30 м.

Задача 2. Від автобусної станції одночасно у протилежних напрямках вирушили два автобуси. Швидкість одного з них 65 км/год, а другого 60 км/год. Яка відстань буде між цими автобусами через 5 год?



Відстань через 5 год?

Відповідь: 625 км.

II. Модель – скорочений запис до задачі.

Задача 3. Перша бригада видобула понад план 13760 т вугілля. Друга бригада видобула понад план на 870 т більше, а третя бригада – на 590 т менше, ніж перша бригада. Скільки тонн вугілля понад план видобули всі три бригади разом?

I бригада – 13760 т ←
 I бригада – ? на 870 т більше, ніж —
 I бригада – ? на 590 т менше, ніж — } ?

Відповідь: 41560 тонн.

III. Модель – рівняння.

Задача 4. До магазину завезли 312 кг кавунів і динь. Динь було в 5 разів менше, ніж кавунів. Скільки кілограмів динь завезли до магазину?

Розв'язання

Нехай до магазину завезли x кг динь, тоді кавунів завезли $(5x)$ кг. За умовою задачі до магазину завезли 312 кг кавунів і динь. Маємо рівняння:

$$5x + x = 312, \dots$$

$$x = 52.$$

Отже, до магазину завезли 52 кг динь.

Відповідь: 52 кг.

IV. Модель – переклад мови задачі на мову геометричних фігур та знаходження їх периметрів, площ, об'ємів.

Задача 5. Довжина підлоги 5 м, ширина – 4 м. Скільки потрібно прямокутних плиток зі сторонами 20 см і 25 см, щоб вистелити ними всю підлогу? (Використовуємо математичну модель підлоги – прямокутник та знаходження площі прямокутника для розв'язування задачі)

Розв'язання

- 1) $5 \cdot 4 = 20 \text{ (м}^2\text{)} = 200000 \text{ (см}^2\text{)}$ – площа підлоги;
- 2) $20 \cdot 25 = 500 \text{ (см}^2\text{)}$ – площа однієї плитки;
- 3) $200000 : 500 = 400 \text{ (шт.)}$ – плиток потрібно, щоб вистелити ними всю підлогу.

Відповідь: 400 плиток.

V. Вивчення питань, пов'язаних з елементами прикладної математики, передбачає не лише розкриття змісту відповідних математичних понять (*масштаб, середнє арифметичне, відсоток*), а й виділення конкретних ситуацій, для опису яких ці поняття використовують: *визначення відстані за картою чи планом, знаходження середньої врожайності чи середньомісячного прибутку, відсоткові розрахунки, пов'язані з фінансовими операціями тощо.*

Задача 6. Довжина каналу Дніпро-Донбас на карті з масштабом 1:2000000 дорівнює 13см. Яка справжня довжина каналу? (Використання масштабу)

Розв'язання

Якщо масштаб карти 1 : 2000000, то в 1см на карті міститься 2000000см = 20км на місцевості. Отже, довжина каналу Дніпро-Донбас $13 \cdot 20 = 260$ (км).

Відповідь: 260км.

VI. Модель – діаграма.

Людина краще розуміє та запам'ятовує ті відомості, які можуть бути представлені наочно. Для наочного представлення різних числових даних використовують **діаграми**. Зручно користуватися лінійними, стовпчастими та круговими діаграмами.

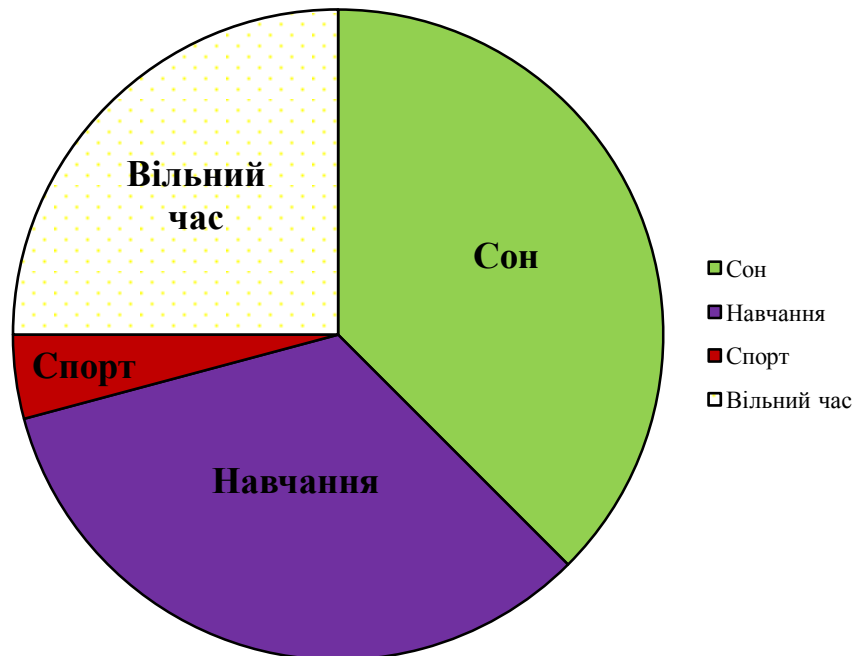
Учням демонструються міжпредметні зв'язки: використання діаграм у географії, історії, біології.

Задача 7. Побудуй кругову діаграму, яка характеризує розподіл часу учня за добу: сон – 9 годин; навчання – 8 годин; заняття спортом – 1 год; вільний час – 6 год.

Розв'язання

- 1) $9 + 8 + 1 + 6 = 24$ (год);
- 2) $360^\circ : 24 = 15^\circ$ – становить 1 год;
- 3) $15^\circ \cdot 9 = 135^\circ$ – сон;

- 4) $15^\circ \cdot 8 = 120^\circ$ – навчання;
 5) $15^\circ \cdot 1 = 15^\circ$ – спорт;
 6) $15^\circ \cdot 6 = 90^\circ$ – вільний час.



VII. У шостому класі при вивченні теми «Подільність натуральних чисел» розглядаються задачі, для розв’язування яких можна застосовувати *математичну модель* - алгоритм знаходження НСД, НСК натуральних чисел.

Задача 8. Дерев’яний брусок завдовжки 48 см, завширшки 30 см і заввишки 24 см потрібно розрізати без відходів на рівні куби. Яку найменшу кількість кубів можна при цьому одержати?

Розв’язання

– Питання до класу: на скільки найбільших однакових відрізків можна поділити 48 см, 30 см і 24 см?

Для цього потрібно знайти НСД (48, 30, 24).

1. Розкладаємо числа на прості множники:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ \hline 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ \hline 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ \hline 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

2. Підкреслюємо однакові множники, це 2 і 3.

3. НСД (48, 30, 24) = 2 · 3 = 6.

Отже, дані три виміри діляться на найбільші відрізки по 6 см. Тому,

$$48 : 6 = 8 \text{ (відрізків);}$$

$$30 : 6 = 5 \text{ (відрізків);}$$

$$24 : 6 = 4 \text{ (відрізки).}$$

Звідси, маємо найменшу кількість кубів:

$$8 \cdot 5 \cdot 4 = 160 \text{ (кубів).}$$

Відповідь: 160 кубів.

VIII. В текстових задачах з теми «Звичайні дроби. Порівняння, додавання та віднімання звичайних дробів» використовується :

- 1) зведення дробів до спільного знаменника;
- 2) порівняння звичайних дробів;
- 3) додавання та віднімання звичайних дробів.

Задача 9. Один кран наповнював бак за 9 хв, другий – за 6 хв. Яка частина бака залишиться незаповненою після 1 хв спільної роботи кранів?

Розв'язання

(Додавання та віднімання звичайних дробів із різними знаменниками)

$$1) 1 : 9 = \frac{1}{9} \text{ (частина бака) – заповнюється 1 краном за 1хв;}$$

2) $1 : 6 = \frac{1}{6}$ (частина бака) – заповнюється 2 краном за 1хв;

3) $\frac{1^{(2)}}{9} + \frac{1^{(3)}}{6} = \frac{2}{18} + \frac{3}{18} = \frac{5}{18}$ (частин бака) – заповнюється 1 і 2 краном за 1хв спільної роботи;

4) $1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$ (частин бака) – залишаться незаповненими.

Відповідь: $\frac{13}{18}$ частин бака.

ІХ. Важливим є розуміння та застосування учнями поняття «**відношення**» та «**пропорція**», які є своєрідною *математичною моделлю* для певної групи текстових задач.

Задача 10. Із 20кг води озера Сиваш можна видобути 0,5кг солі. Скільки потрібно взяти цієї води, щоб видобути 1 тону солі?

Розв'язання

(Математична модель – **пропорція**)

Вода	$\xrightarrow{20\text{кг} \quad ?}$	
Сіль	$\xrightarrow{0,5\text{кг} \quad 1000\text{кг}}$	Пряма пропорційність

$$\frac{20}{x} = \frac{0,5}{1000}; \quad x = \frac{20 \cdot 1000}{0,5} = 40000(\text{кг})$$

Отже, потрібно взяти 40000кг води озера Сиваш, щоб видобути 1 тону солі.

Відповідь: 40000кг.

Задача 11. На деякій ділянці залізничного шляху старі рейки завдовжки 6м вирішили замінити новими завдовжки 9м. Скільки потрібно нових рейок, щоб замінити 720 старих?

Розв'язання

(Математична модель – **пропорція**)

	старі	нові	
Довжина рейки	6м	9м	Обернена пропорційність
Кількість рейок	720	?	

$\frac{6}{9} = \frac{x}{720};$ $x = \frac{6 \cdot 720}{9} = 480.$

Отже, нових рейок потрібно 480.

Відповідь: 480 рейок.

Х. Ще в курсі математики 6 класу учні вчаться користуватися такою **математичною моделлю**, як **координатна площина**, що дозволить їм визначати за допомогою чисел місце точки на площині, на глобусі, на географічній карті. А також будувати та аналізувати графіки залежностей між величинами (відстань, час; температура, час тощо).

Прикладні задачі повинні давати можливість учням поряд із набуттям математичних компетентностей засвоювати факти суміжних предметів, тобто бути засобом здійснення міжпредметних зв'язків.

В залежності від дидактичних цілей, що ставляться вчителем, прикладні задачі можна використовувати на різних етапах уроку, наприклад, при введенні нових понять, а також в самостійній роботі учнів.

Прикладні задачі в процесі навчання алгебри в основній школі

Для ефективного використання прикладних задач у процесі навчання алгебри в основній школі доцільно дотримуватися таких вимог до їх змісту:

- 1) задачі мають реальний практичний зміст, який забезпечує ілюстрацію практичної цінності і значущості набутих математичних знань;
- 2) задачі відповідають шкільним програмам і чинним підручникам з курсу алгебри;
- 3) методи і факти, що потрібно використати для розв'язку задач повинні бути відомими;

4) зміст задач повинен викликати в учнів пізнавальний інтерес, давати можливість демонструвати ефект використання математичних знань на практиці;

5) поняття і терміни задач мають бути відомі або інтуїтивно зрозумілі учням;

6) числові дані в прикладних задачах відповідають існуючим на практиці, тобто є реальними.

У процесі розв'язування задач потрібно дотримуватись правил наближених обчислень, а також використовувати обчислювальні засоби, зокрема персональні комп'ютери [1].

В сьомому класі прикладні задачі доцільно використовувати на етапі подання нових знань наприклад: саме поняття **рівняння**, в 7-му класі, вводиться за допомогою прикладної задачі «Маса 4 великих і 15 маленьких деталей дорівнює 270г. Маса великої деталі втричі більша від маси малої. Яка маса малої деталі?». Після розв'язку такої задачі і вводиться поняття невідомого, яке позначають «х».

Після цього такі задачі не зустрічаються аж до уроку повторення та систематизації знань. На цьому уроці, пропонується розв'язати за підручником декілька задач прикладного характеру. Чим більше, тим краще. Це свідчить про те, що автори підручників розглядають дані задачі як хороший методичний прийом для засвоєння нових знань.

Перейдемо до аналізу теми «**Квадратні рівняння**». Автори діючих підручників з алгебри пропонують розв'язати декілька прикладних задач з метою систематизації нових знань, але у 8-му класі вивчаються вже квадратні рівняння, а вони в свою чергу дещо складніші від попередніх, лінійних рівнянь. Тому і задачі прикладного характеру будуть дещо складнішими і для їх розв'язання потрібне стовідсоткове розуміння подій, що описуються в умові задачі. Після цього декілька задач можна зустріти при розв'язуванні вправ, запропонованих у підручниках, хоч ці задачі і дуже ідеалізовані, але їх також можна назвати прикладними.

Наприклад, проаналізуємо одну із класичних задач прикладного характеру з теми «Квадратні рівняння».

Задача: «Катер за одну годину пройшов 12 км за течією річки і 9 км проти течії. Знайдіть швидкість течії річки, якщо швидкість катера у стоячій воді 21 км/год?» Так, справді, дана задача є прикладною, тому що вона описує події, що відбуваються в навколишньому середовищі, і її розв'язок

зводиться до розв'язання квадратного рівняння, але чому нічого не сказано про вітер. Так, можна сказати, що немає різниці, оскільки катер рухається за сталих умов, але потрібно вказати, що сила і напрям вітру незмінний протягом всього руху катера.

Перейдемо до розгляду використання прикладних задач під час вивчення нерівностей.

«Нерівності» — це перша тема в дев'ятому класі. Особливих труднощів при вивченні не створює, оскільки учні знайомі з нерівностями ще з молодшої школи. Під час даної теми також багато використовується не лише прикладних, а й історичних задач, частину яких в свою чергу також можна віднести до прикладних. Їх доцільно використовувати при розв'язуванні на уроці в колективній формі роботи [4].

Однією з основних змістовно-методичних ліній шкільного курсу алгебри є лінія рівнянь і нерівностей, яка має розгалужену систему внутрішньо предметних зв'язків з іншими лініями курсу. Засновуючись на поняттях предметно-галузових математичних зв'язків, під дослідницькою математичною діяльністю учнів ми розуміємо володіння передбачуваними програмою та Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти, математичними методами дослідження практичних задач.

Для дотримання учнями цих вимог, доцільно використовувати: прикладні задачі, що розв'язуються за допомогою лінійних, квадратних рівнянь та нерівностей.

Методика реалізації вище зазначеного має ґрунтуватися на створенні умов для максимальної зацікавленості, зокрема, шляхом відповідності життєвій практиці учнів, наочності, евристичності, а також відповідності методів дослідження математичному апарату, що є в розпорядженні учнів; комплексного і доцільно виправданого залучення традиційних та сучасних засобів навчання; забезпечення можливості рівневої диференціації [1].

Разом із тим невисвітленими залишаються питання:

1) розробки методичної системи формування умінь математичного моделювання в учнів 7 - 9 класів у процесі навчання геометрії;

2) детальнішої розробки системи пропедевтичного навчання методу математичного моделювання.

Адаптуємо зміст навчального матеріалу, визначений діючою програмою з математики [24], до формування знань, умінь і навичок математичного моделювання.

Структурна модель навчання учнів основної школи
(математика 5-6 кл., геометрія 7-9 кл.)

Клас	Зміст навчального матеріалу	Види математичних моделей	Вимоги до рівня підготовки учнів
5	<p><i>Тема 1.</i> Натуральні числа. Геометричні фігури і величини</p> <p><i>Тема 2.</i> Дробові числа</p>	<p><i>Знако-символьні.</i> числові і буквені вирази; формули; лінійні рівняння.</p> <p><i>Образні:</i> шкала; рисунки прямокутника, квадрата, трикутника, прямокутного паралелепіпеда, куба.</p> <p><i>Статичні.</i> наочності геометричних фігур.</p>	<p><i>Має уявлення</i> про числові і буквені вирази, формули і лінійні рівняння як математичні моделі.</p> <p><i>Будує</i> знако-символьні моделі для розв'язування прикладних задач.</p> <p><i>Зображує</i> вивчені геометричні фігури.</p>
6	<p><i>Тема 1.</i> Подільність чисел</p> <p><i>Тема 2.</i> Звичайні дроби</p> <p><i>Тема 3.</i> Відношення і пропорції</p> <p><i>Тема 4.</i> Раціональні числа та дії над ними</p>	<p><i>Знако-символьні.</i> числові і буквені вирази; лінійні рівняння; відношення і пропорції; формули.</p> <p><i>Образні:</i> рисунки кола, круга; стовпчасті та кругові діаграми; таблиці; графіки залежностей між величинами.</p> <p><i>Статичні.</i> наочності геометричних фігур.</p>	<p><i>Має розширене уявлення</i> про числові і буквені вирази, лінійні рівняння і пропорції як математичні моделі.</p> <p><i>Будує</i> знако-символьні та образні моделі для розв'язування прикладних задач.</p> <p><i>Зображує</i> вивчені геометричні фігури.</p>

7	<p><i>Тема 1.</i> Найпростіші геометричні фігури та їх властивості</p> <p><i>Тема 2.</i> Взаємне розташування прямих на площині</p> <p><i>Тема 3.</i> Трикутники</p> <p><i>Тема 4.</i> Коло і круг. Геометричні побудови</p>	<p><i>Знако-символьні.</i> числові і буквені вирази; формули, рівняння, системи рівнянь, функції.</p> <p><i>Образні:</i> рисунки трикутника, кола, круга та їх елементів; графіки функцій.</p> <p><i>Статичні.</i> наочності геометричних фігур.</p>	<p><i>Має уявлення</i> про планіметричні фігури як математичні моделі.</p> <p><i>Будує</i> знако-символьні, образні моделі для розв'язування прикладних задач.</p> <p><i>Зображує</i> вивчені геометричні фігури та їх комбінації.</p>
8	<p><i>Тема 1.</i> Чотирикутники</p> <p><i>Тема 2.</i> Подібність трикутників</p> <p><i>Тема 3.</i> Многокутники. Площі многокутників</p> <p><i>Тема 4.</i> Розв'язування прямокутних трикутників</p>	<p><i>Знако-символьні:</i> числові і буквені вирази; формули, рівняння, системи рівнянь, функції.</p> <p><i>Образні:</i> рисунки чотирикутників, трикутника та їх елементів, вписаних і описаних многокутників; графіки функцій.</p> <p><i>Статичні:</i> наочності геометричних фігур.</p>	<p><i>Має розширене уявлення</i> про планіметричні фігури як математичні моделі.</p> <p><i>Будує</i> доцільні знако-символьні, образні моделі для розв'язування прикладних задач.</p> <p><i>Зображує</i> вивчені геометричні фігури та їх комбінації.</p>

9	<p><i>Тема 1.</i> Розв'язування трикутників</p> <p><i>Тема 2.</i> Правильні многокутники</p> <p><i>Тема 3.</i> Декартові координати на площині</p> <p><i>Тема 4.</i> Геометричні перетворення</p> <p><i>Тема 5.</i> Вектори на площині</p> <p><i>Тема 6.</i> Початкові відомості зі стереометрії</p>	<p><i>Знако-символьні:</i> числові і буквені вирази; рівняння, нерівності, їх системи, формули, функції.</p> <p><i>Образні:</i> рисунки чотирикутників, трикутника, правильних многокутників та їх елементів; призми, піраміди, циліндра, конуса, кулі; графіки функцій.</p> <p><i>Статичні:</i> наочності геометричних фігур.</p>	<p><i>Має поняття</i> про планіметричні фігури як математичні моделі.</p> <p><i>Має уявлення</i> про стереометричні фігури як математичні моделі.</p> <p><i>Будує</i> доцільні знако-символьні, образні моделі для розв'язування прикладних задач.</p> <p><i>Зображує</i> вивчені геометричні фігури та їх комбінації.</p>
---	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Отримані у процесі вивчення математики у 5 - 6 класах, алгебри і геометрії у 7 - 9 класах знання про математичне моделювання потребують узагальнення і систематизації. Це здійснюється наприкінці 9 класу на уроках алгебри під час опанування теми «Елементи прикладної математики», причому програма в контексті даної теми передбачає виділення годин на вивчення математичного моделювання.

Структурна модель вивчення теми «Математичне моделювання» у 9 класі

Зміст навчального матеріалу	Вимоги до рівня підготовки учнів
<p>Математичне моделювання.</p> <p>Математична модель, її види.</p> <p>Етапи побудови і дослідження моделі.</p> <p>Математичні моделі в курсі математики основної школи.</p>	<p><i>Має поняття</i> про алгебраїчні вирази, рівняння, нерівності та їх системи, функції та їх графіки, планіметричні фігури як математичні моделі.</p> <p><i>Має уявлення</i> про стереометричні фігури як математичні моделі.</p> <p><i>Будує</i> доцільні знако-символьні, образні моделі для розв'язування прикладних задач.</p> <p><i>Розв'язує</i> прикладні задачі методом математичного моделювання.</p> <p><i>Використовує</i> інформаційно-комунікаційні технології при створенні та дослідженні математичної моделі.</p>

Що стосується *методів, прийомів та організаційних форм* діяльності, то проведений аналіз психолого-педагогічних особливостей підлітків дозволив зробити наступні висновки:

- для молодших підлітків (10 - 11 років) доцільною буде така організація навчально-виховного процесу, при якій переважали б методи, прийоми і форми діяльності з опорою на стимулювання і підтримку інтересу до предмета;
- для середнього підліткового віку (12-13 років) найбільш вдалою буде така організація навчально-виховного процесу, при якій застосовувалися б групові методи, прийоми і форми діяльності з опорою на практичне застосування знань;
- для старших підлітків (14 - 15 років) доцільною буде така організація навчально-виховного процесу, при якій перевага віддавалася б методам, прийомам і формам діяльності з опорою на наукові засади шкільних предметів [23].

Формування понять математична модель та математичне моделювання в курсі алгебри і початків аналізу

Розглянемо застосування методики організації евристичної діяльності на прикладі формування понять математична модель і математичне моделювання в курсі алгебри і початків аналізу.

У процесі евристичної діяльності старшокласники повинні усвідомити, що математична модель – це наближений опис будь-якого класу явищ зовнішнього світу, виражений за допомогою математичної символіки. Школярі також мають засвоїти, що процес застосування математики до розв'язування будь-яких практичних задач ділиться на три етапи:

1. Етап формалізації – переклад запропонованої задачі на мову математики.
2. Етап розв'язування задачі в середині побудованої моделі.
3. Етап інтерпретації одержаного розв'язку задачі, застосування цього розв'язку до вихідної ситуації.

Необхідним кроком при формуванні поняття математичної моделі є розуміння учнями наступних важливих положень:

1. Модель повинна адекватно відображати найбільш суттєві (з точки зору постановки задачі) властивості об'єкта, при цьому ігноруються несуттєві властивості.

2. Модель має визначену область застосування, обумовлену прийнятими при її побудові припущеннями.

3. Модель повинна дозволяти отримувати нові знання про об'єкт, що вивчається.

Розкриття цих положень дозволяє сформувати грамотне уявлення про математичну модель. Для цього можна сконструювати спеціальну систему задач і вправ. Під час відбору задач необхідно враховувати, що задача повинна бути прикладною по суті, потребувати формалізації умов та інтерпретації результатів дослідження. Необхідно користуватися рекомендаціями по оптимальному відбору прикладних задач, при цьому необхідно враховувати найбільш важливі критерії: М – цінність для курсу математики; П – прикладна спрямованість; Д – доступність; І – інтерес учнів до задачі. Ці критерії дозволяють давати експертну оцінку прикладним задачам. Наприклад, критерій М оцінюється вчителем математики по шкалі: 0 – не є цінною; 1 – мала цінність; 2 – достатня; 3 – цінна; 4 – дуже цінна.

Аналогічно для кожної задачі оцінюються інші критерії. Крім того, враховується час на розв'язування задачі. В межах часу, який відводиться на розв'язування задач, відбираємо задачі з найбільшим значенням критерію $W=МПДІ$.

У відповідності до закономірностей процесу засвоєння знань формування понять математична модель і математичне моделювання слід здійснювати поетапно: первинне сприймання, усвідомлення і запам'ятовування. На етапі первинного сприймання, як правило, переважає колективна робота під керівництвом вчителя, в процесі якої відпрацьовується кожен крок розв'язування прикладних задач, переважає метод евристичної бесіди. На етапі осмислення переважає напівсамостійна робота. В залежності від рівня засвоєння знань можна розв'язати одну-дві задачі. З цією метою можна використати евристико-дидактичні конструкції: програми актуалізації знань ("задача-метод" і "задача-софізм"). На етапі запам'ятовування понять розв'язування задач буде здійснюватися самостійно, учні повинні самостійно контролювати правильність побудови математичної моделі, одержання результатів у даній практичній ситуації [6].

Прикладний потенціал тригонометричного матеріалу

Тригонометричний матеріал, як один з розділів математики, має значний прикладний потенціал, який необхідно та доцільно реалізувати на уроках. Добір прикладного змісту тригонометричного матеріалу систематизовано в таблиці [4,25].

Тема	Прикладний зміст теми
1. Розв'язування трикутників.	Вимірювання на місцевості. Задачі геодезії. Астрономічні обчислення. Задачі техніки та практики.
2. Узагальнення поняття кута. Обертальний рух. Радіанна міра кута.	Системи вимірювання кутів (в мореплавстві, астрономії, артилерії, картографії, техніці). Обертальний рух в техніці. Обертальний рух в навколишньому середовищі. Застосування радіанної міри кута в техніці та фізиці.
3. Тригонометричні функції довільного кута.	Криволінійний рух тіл. Умови рівноваги тіл. Світлові явища. Прикладні задачі цінового та маркетингового аналізу.
4. Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Гармонічні коливання. Тригонометричні рівняння.	Періодичні явища та процеси. Механічні коливання. Змінний електричний струм. Електромагнітні коливання. Хвилі.

Розглянемо приклади прикладних задач з тригонометрії

Тема: Розв'язування трикутників.

Прикладний зміст теми: вимірювання на місцевості.

Задача 1. Визначити відстань від доступного об'єкта А до недоступного об'єкта В даної місцевості.

Вказівки до розв'язання. Нехай С – доступний пункт, з якого об'єкт В видно під прямим кутом, α - кут між напрямками АВ і АС. Тоді невідома відстань АВ визначається з прямокутного трикутника АВС за формулою:

$$AB = \frac{AC}{\cos \alpha}.$$

Тема: Обертальний рух.

Прикладний зміст теми: обертальний рух у навколишньому середовищі.

Задача 2. На скільки градусів повертається годинна стрілка протягом трьох діб? А хвилинка стрілка?

Вказівки до розв'язання. Протягом доби годинна стрілка здійснює два повні оберти, повертаючись на $2 \cdot 360^\circ = 720^\circ$. За три доби ця стрілка повернеться на кут $3 \cdot 720^\circ = 2160^\circ$. За одну годину хвилинка стрілка повертається на 360° . Тоді за три доби (72 години) вона повернеться на кут $72 \cdot 360^\circ = 25920^\circ$.

Тема: Тригонометричні функції довільного кута.

Прикладний зміст теми: Криволінійний рух тіл.

Задача 3. Тіло кинули з поверхні землі під кутом α до горизонту з початковою швидкістю v_0 . Визначити висоту підйому тіла, дальність, час польоту, координати в довільний момент часу.

Вказівки до розв'язання. Введемо систему координат з початком в точці кидання, спрямувавши вісь Ох горизонтально в сторону руху тіла, а вісь Оу - вертикально вгору. Рух тіла можна представити як суму рівномірного руху в горизонтальному напрямі із швидкістю $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ і рівноприскореного руху у вертикальному напрямі з початковою швидкістю $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ і прискоренням $a_y = -g$. Застосувавши формули кінематики, які характеризують рівномірний та рівноприскорений види руху, отримаємо:

$$\text{висота підйому тіла } h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g};$$

дальність польоту тіла $s = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$;

час польоту тіла $t = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$;

координати рухомого тіла в довільний момент часу $x = v_0 \cdot \cos \alpha t$,

$$y = v_0 \cdot \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}.$$

Як будувати систему уроків по роботі над розвитком математичної компетентності, яка розглядається

Систему своїх уроків, де вчитель працює над розвитком математичної компетентності «здатність створювати математичні моделі реальних ситуацій і знаходити за їх допомогою розв'язки задач», він повинен побудувати так, щоб учні працювали з повною віддачею сил, з інтересом. Школярам подобаються завдання творчого характеру, які розвивають у них пізнавальний інтерес, абстрактне мислення: складання казок, кросвордів, ігор; виконання творчих робіт; участь у математичних змаганнях. Готуючись до уроків, учитель повинен дотримуватися таких правил:

- Урок має бути продуманим до дрібниць, щоб його етапи логічно впливали один з одного, а учні розуміли, чому, що і за чим вони роблять на занятті.

- Корисно діяти за принципом «Краще один раз побачити, ніж сто разів почути». Усе, що вчитель говорить, бажано втілювати в зримі образи. Наочність має бути динамічною, щоб показати невидиме: хід міркувань, зв'язок між поняттями.

- Учні потрібно ретельно готувати до усвідомлення теми уроку, а не записувати її наперед.

- На уроці повинно бути цікаво. Адже без емоцій, без переживань розумне напружується. Зацікавленість виникає там, де вчителю вдається захопити дітей своєю емоційністю [26].

Велику увагу необхідно приділяти розвитку уяви, нестандартного, творчого мислення і фантазії учнів. Залежно від теми, мети та класу проводять уроки-лекції, уроки-практикуми, уроки систематизації та

узагальнення знань у формі подорожей, конкурсів, математичних змагань. Адже, передусім, важливими є умови для створення творчої атмосфери, самокерування, взаємодопомоги і взаємоконтролю. Саме нестандартні уроки сприяють розвитку творчого мислення дітей, виховують навички дослідницької діяльності, дають високий ефект практичної спрямованості матеріалу, що, зрештою, приводить до глибокого розуміння предмета, зацікавленості ним. Але, само собою зрозуміло, що розумову самодіяльність, тямущість не можна «вкласти» в чийсь голову.

Практика показала, що результати надійні лише тоді, коли введення в деяку галузь знань відбувається в легкій, приємній і ненав'язливій формі, на цікавих і дотепних прикладах, в ігровій формі. Як правило, ігрову форму уроку діти сприймають з найбільшим захопленням і працюють натхненно і творчо. Взагалі, така форма роботи є продуктивною і викликає в учнів значно більший інтерес та ентузіазм. Але яким би за формою чи змістом не був урок, головним у ньому є праця — організована, результативна. Кожен такий урок є уроком, якого чекають, на якому учні відчують радість творчої праці, де виховання досягається не штучно, не мимохідь, а послідовно і логічно через навчання. Урок вважаю результативним, якщо учні глибоко усвідомили і «привласнили» мету вчителя, коли вона глибоко перетворилася в їхнє особисте прагнення, бо сучасний урок — це урок демократичний, глибоко продуманий, організований і керований, що проводиться не для учнів, а разом з ними, з урахуванням дитячих можливостей, потреб та інтересів.

Так, наприклад, в кінці шостого класу після двох років роботи з учнями над розвитком математичної компетентності, яка розглядається, провожу урок-залік з теми «Створення математичних моделей реальних ситуацій і знаходження за їх допомогою розв'язків задач» (Додаток 1). У дев'ятому класі при вивченні теми «Математичне моделювання» — урок застосування різних математичних моделей до розв'язування задач практичного змісту (Додаток 2). Для самостійного творчого опрацювання з подальшою презентацією розв'язків та результатів пропоную учням задачі прикладного характеру зі збірки вчителів Синельниківської загальноосвітньої школи І-ІІІ ст. №1 Чеберніної Г. М. та Сліпович Н. М. 2010-2011 н. р. (Додаток 3). Також учні самі знаходять цікаві прикладні задачі з життя, розв'язують, а потім повідомляють про них на уроках, на заняттях математичного гуртка, на конкурсі задач в рамках шкільного Тижня Математики.

ВИСНОВОК

Досягнення цілей вивчення теми залежить:

- від вибору змісту навчального матеріалу у відповідності до принципу:
 - соціальної ефективності,
 - науковості,
 - прикладної реалізованості,
 - пріоритету розвивальної функції навчання,
 - диференційованої реалізованості,
 - модульного принципу відбору змісту;
- від зв'язку навчання з життям;
- від того, на основі яких життєвих уявлень і фактів формуються абстрактні математичні поняття;
- які практичні застосування одержують набуті знання і вміння в процесі навчання.

Таким чином, запропонована модель методичної системи формування в учнів знань, умінь і навичок математичного моделювання на уроках математики (5-6 класи), алгебри і геометрії (7-9 класи), алгебри і початків аналізу та геометрії (10-11 класи) органічно включається у навчальний процес, враховує психолого-педагогічні особливості дітей і може бути використана вчителями різноманітних типів шкіл.

Показниками результативності роботи по формуванню понять математична модель та математичне моделювання є те, що учні вміють:

- розв'язувати задачі;
- описувати схеми діяльності;
- розв'язувати аналогічні задачі за складеною програмою діяльності;
- уточнювати ці задачі;
- встановлювати межі використання схеми, виконувати пошуки її узагальнень, конкретизації, аналогії;
- шукати нові, нестандартні шляхи розв'язання задач.

Цілеспрямована робота по реалізації поставленої мети буде сприяти оволодінню моделюванням не тільки як методом розв'язування практичних задач, а й як методом наукового пізнання, який забезпечуватиме формування в учнів наукового світогляду, розуміння значення абстрактних наукових понять, або наукових моделей в пізнанні реальної дійсності.

- Актуальним на сьогодні залишається вирішення таких проблем, як:
- створення ефективних навчальних засобів з математики (підручників, посібників, комп'ютерних презентацій тощо) для учнів основної школи, які б містили більш детальну інформацію про математичне моделювання і значну частку прикладних задач різного змістового наповнення;
 - вироблення відповідних методичних рекомендацій вчителям математики.

ДОДАТОК 1

Урок математики, 6 клас (45 хв)



*«Все в природі повинно бути виміряно,
все може бути пораховано.*

М. Лобачевський

Тема уроку: Урок-залік з теми « Створення математичних моделей реальних ситуацій і знаходження за їх допомогою розв'язків задач» (6 клас)

Тип уроку: узагальнення та систематизація знань і вмінь

Мета уроку: узагальнити та систематизувати знання та вміння учнів з теми « Створення математичних моделей реальних ситуацій і знаходження за їх допомогою розв'язків задач»; **провести урок-залік** використовуючи елементи проєктивного навчання; **розвивати** логічне мислення та математичну мову, творчий підхід до розв'язування задач; **виховувати** креативність, впевненість у своїх силах, в тому, що учень зможе розв'язати будь-яку задачу в житті, вміння працювати в команді.

ЗМІСТ УРОКУ:

I. Підготовчий етап.

Учні 6-го класу вже два роки працюють над розвитком вищевказаної компетентності і знають певний набір математичних моделей, які дозволяють полегшити, конкретизувати розв'язування задач практичної спрямованості.

За тиждень до цього уроку учні 6-го класу поділяються на 5 груп по 4 чоловіка. Кожна група одержує набір задач, які учні повинні розв'язати за допомогою певної математичної моделі.

Пропонуються такі групи задач:

1. Задачі геометричного змісту

1) Скільки дощок довжиною 4,5 м і шириною 0,125 м потрібно для настилання підлоги, довжина якої 4,5 м, а ширина – 3,5 м?

(математична модель – прямокутник та знаходження площі прямокутника)

2) Обчислити площу поверхні сірникової коробки.

(математична модель – прямокутний паралелепіпед та знаходження площі його поверхні)

3) Навколо садової ділянки прямокутної форми треба поставити паркан. Знайти довжину огорожі, якщо довжина ділянки 40 м, а ширина на 20 м менша.

(модель – прямокутник та знаходження його периметра)

4) У холодильнику зберігають лід, що має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 8 дм, 6 дм, 4 дм. Скільки води заморозили, якщо відомо, що 1 дм³ льоду утворюється з 900 г води?

(модель – прямокутний паралелепіпед та знаходження його об'єму)

2. Задачі економічного змісту

1) Газета підвищила плату за рекламу на 20%, а потім нову ціну знизилася на 10%. На скільки % зросла початкова ціна реклами?

2) Щомісячний прибуток сім'ї становить 1300 грн. У березні витрати на харчування склали 715 грн., а на оплату комунальних послуг – 390 грн. на скільки відсотків більше було витрачено грошей на харчування?

3) Вкладник поклав у банк 6000 грн. під 8% річних. Яку суму він матиме на рахунку через рік; через 2 роки?

4) Після закінчення зимового сезону ціна на взуття знизилася на 18% і дитячі чобітки стали коштувати 98 грн. 40 коп. Яка була початкова ціна чобітків?

(математичні моделі задач другої групи – дії з відсотками)

3. Задачі, які розв'язуються за допомогою математичної моделі – пропорції

1) На пошиття 12 костюмів пішло 28,8 м тканини. Скільки таких костюмів можна пошити з 146,4 м тканини?

2) Для перевезення вантажу знадобилось 24 автомобілі вантажністю 7,5 тонн. Скільки знадобиться автомобілів вантажністю 4,5 тонн, щоб перевезти той самий вантаж?

3) Відстань 250 км на карті зображена відрізком завдовжки 5 см. Яким відрізком при цьому масштабі зображається відстань у 800 км?

4) За 2,5 год поїзд пройшов відстань 160 км. Який шлях пройде поїзд за 4 год., якщо їхатиме з такою самою швидкістю?

4. Задачі, які розв'язуються за допомогою математичної моделі – знаходження НСД, НСК декількох чисел

1) Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти з 90 мандаринів, 405 цукерок і 135 пряників, якщо потрібно використати всі мандарини, цукерки і пряники?

2) Якої найменшої довжини повинна бути труба, щоб її можна було розрізати як на рівні частини завдовжки 240 см, так і на рівні частини завдовжки 360 см?

3) Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти із 6 волошок і 9 ромашок?

4) На тренуванні перший стаєр пробіг 9 км за 36 хв, другий – 11 км за 48 хв, а третій – 17 км за 72 хв. Хто з них пробігав за хвилину найбільшу відстань, а хто – найменшу? *(додаткова математична модель – порівняння звичайних дробів з різними знаменниками)*

5. Задачі, які розв'язуються за допомогою математичної моделі – діаграми

1) Побудуйте стовпчасту діаграму розподілу посівних площ в Україні, якщо в середньому вони такі:

- Озима пшениця – 23,3%;
- Інші зернові – 21,8%;
- Технічні культури – 11,5%;
- Кормові культури – 37,1%;
- Картопля й овочі – 6,3%.

2) Денну норму їжі лікарі рекомендують розподіляти так: перший сніданок – 25%, другий – 15%, обід – 45% і вечеря – 15%. Зобразіть це за допомогою кругової діаграми.

3) Побудуйте лінійну діаграму найбільших лиманів і озер України за такими даними: Дністровський лиман – 360 км², озеро Кундук – 210 км², Молочний лиман – 170 км², Тилігульський лиман – 160 км², озеро Ялпуг – 149 км².

4) Китайською мовою розмовляють 701 млн людей, англійською – 386 млн, російською – 265 млн, іспанською – 245 млн, хінді – 237 млн,

арабською – 147 млн, німецькою – 119 млн, французькою – 103 млн.
Побудуйте за цими даними стовпчасту діаграму.

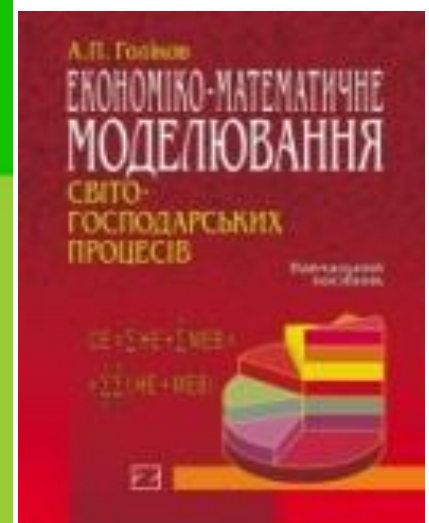
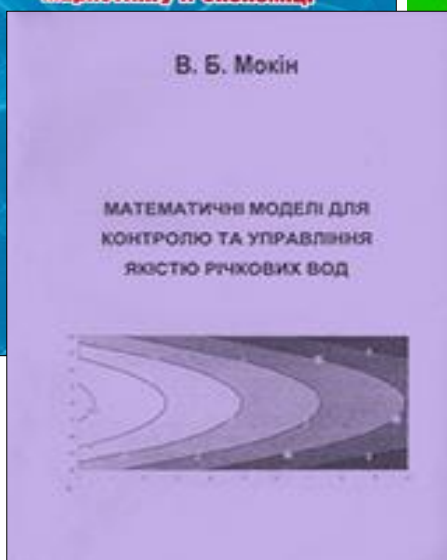
II. Урок-залік

1. 5 груп учнів, в кожній з яких є 2 теоретика і 2 практика, звітують про виконану роботу. Звіт відбувається таким чином:

- теоретики доводять доцільність вибору певної моделі задачі;
- практики пов'язують математичну модель зі змістом задачі, доводять її практичне значення;
- разом презентують розв'язки та результати.

2. Підведення підсумків

- Учні називають математичні моделі, які не використали на уроці при розв'язуванні даних задач, наприклад: схема руху, скорочений запис до задачі, обчислення середнього арифметичного, побудова графіків залежностей між величинами на координатній площині та інші.
- Взаємне оцінювання учнів.
- Учні разом з учителем роблять висновок, про доцільність використання математичного моделювання при розв'язуванні задач практичного змісту, про можливість та користь застосування цієї компетентності в подальшому житті людини.



ДОДАТОК 2

Урок алгебри, 9 клас (90 хв)



«Найвище призначення математики полягає в тому, щоб знаходити прихований порядок у хаосі, що оточує нас».

Н. Вінер

Тема уроку: Математичне моделювання. Розв'язування прикладних задач.

Тип уроку: урок застосування різних математичних моделей до розв'язування задач практичного змісту.

Мета: **закріпити** знання учнів про зміст поняття «математична модель задачі», загальну схему розв'язування задач методом математичного моделювання; **показати** застосування методу математичного моделювання в різних галузях життя;

розвивати культуру мислення, творчий підхід до розв'язування прикладних задач;

виховувати пізнавальний інтерес, самостійність, почуття відповідальності за свої дії, вміння співпрацювати.

ЗМІСТ УРОКУ:

I. Організаційний етап

Перевірити готовність учнів до уроку, виявити їх емоційний стан, налаштувати на роботу.

II. Перевірка домашнього завдання

- Самоперевірка розв'язування вправ домашнього завдання за зразком.
- Сильні учні під час перевірки виконують індивідуальні завдання, після виконання якого коротко звітують перед класом.

1. Визначити математичну модель до задачі:

№ п/п	Прикладна задача	Математична модель
1	Один кілограм картоплі коштує 2грн. Скільки картоплі можна купити за 14грн.?	Чому дорівнює частка $14 : 2$?
2	У магазині є 3 види чашок і 2 види тарілок. Скільки існує варіантів скласти набір з однієї чашки й однієї тарілки?	Чому дорівнює добуток $3 \cdot 2$?
3	На стоянці було кілька машин. Коли 5 машин поїхало, залишилося 2 машини. Скільки машин було на стоянці спочатку?	Знайдіть корінь рівняння $x - 5 = 2$
4	Із 156 жовтих, 234 білих і 390 червоних троянд склали букети. Яку найбільшу кількість букетів можна скласти, щоб у всіх букетах троянд кожного було порівну і всі троянди було використано?	Знайдіть НСД(156,234,390)
5	Автомобіль витрачає 7,8 л бензину на 100км шляху. Чи вистачить 40л на шлях від Києва до Одеси, якщо відстань між цими містами 490км?	Порівняйте значення виразу $7 \cdot 490 : 100$ і число 40

2. Придумати реальну ситуацію, математичною моделлю якої є система рівнянь:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 11, \\ 5y - x = 9. \end{cases}$$

III. Актуалізація опорних знань.

В житті не існує жодної сфери, де не застосовувалася б математика. Математичні розрахунки, формули, методи потрібні всюди, як в науках: фізиці, хімії, географії, біології, економіці, лінгвістиці, так і життєвих ситуаціях. Сьогодні на уроці ми розглянемо різні ситуації, в яких математика знаходить своє застосування, а також методи, якими досліджуються реальні процеси та явища. Це буде метод моделювання. Ми починали знайомитись з математичним моделюванням ще з п'ятого класу і поступово розглядали приклади математичних моделей, які допомагали нам розв'язувати задачі, в

яких мова йшла про нематематичні поняття. Це були (*пригадують учні й наводять для прикладу відповідну задачу*):

- графічна ілюстрація (задачі на рух);
- скорочений запис (схема співвідношень величин);
- рівняння;
- переклад мови задачі на мову геометричних фігур та знаходження їх периметрів, площ, об'ємів;
- використання відсотків, масштабу, середнього арифметичного;
- діаграми.

В 9 класі ми вже розглянули, що задачі, які ми розв'язуємо в школі, різняться, в першу чергу, характером своїх об'єктів. В одних задачах об'єктами розгляду є реальні предмети, в інших - усі об'єкти математичні (числа, геометричні фігури, рівняння, нерівності, функції).

Перша група задач, у яких хоча б один об'єкт є реальний предмет (явище), називаються прикладними задачами (життєвими, текстовими, сюжетними). Друга група задач, усі об'єкти яких математичні, називається математичними задачами.

Розв'язування прикладної задачі здійснюється в три етапи:

1. Створення математичної моделі даної задачі.
2. Розв'язування відповідної математичної задачі.
3. Аналіз відповіді.

$A \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow D;$

A – дана прикладна задача;

B – її математична модель;

C – відповідь для моделі;

D – відповідь для даної прикладної задачі A.

Аналіз відповіді є важливим етапом розв'язання задачі. Адже буває так, що корінь рівняння, яке є моделлю даної задачі, задовольняє рівняння, але не задовольняє умову задачі.

Перехід від A до B — це створення потрібної моделі, тобто процес моделювання. Взагалі, щоб створити модель, треба знати не лише математику, а й ту прикладну галузь, про яку йдеться у задачі.

IV. Конференція представників різних професій.

Сьогодні на уроці метод математичного моделювання та математичні моделі будуть презентувати (представляти) вчений-математик, інженер-конструктор, лікар, еколог, економіст та ін. (*Називаю прізвища учнів, які будуть вести урок*). Тож розпочинаємо нашу конференцію, надаємо їм слово.

Математик-соціолог. Слово «модель» у повсякденному житті ви чули неодноразово. Так, у газетах можна прочитати, наприклад, що запропонована модель гри в футбол певної команди виявилася результативною або, навпаки, не виправдала себе. Моделі можна зустріти в хореографії, складанні віршів, економіці, інженерній справі, архітектурі. Моделі літаків, машин, кораблів супроводжують дитинство кожного хлопчика, а моделі одягу мають особливе значення в житті дівчаток.

Правда, в різних ситуаціях замість слова модель говорять «схема», «креслення», «проект» тощо. Однак всі ці поняття мають приблизно один і той же зміст. Він полягає в тому, що якийсь складне реальне явище ми замінюємо деякою спрощеною схемою, копією. Так інженер вивчає і передбачає роботу верстата за кресленнями — моделями верстата. Хореограф конструює танець не на сцені, а на папері, де партнери зображаються квадратами, а партнерші — кружечками. Це схема-модель майбутнього танцю. Композитор, створивши мелодію, записує її за допомогою нот. Ноти мелодії — це її модель. Особливо велике значення має моделювання в техніці.

Моделюванням називають побудову копії (моделі) якогось явища, процесу, об'єкта тощо.

Інженер-конструктор. Я хочу сказати, що в науці і практиці добре відомий метод фізичного моделювання. Він використовується в різних галузях машинобудування, приладобудування, будівельній справі. Адже, перш ніж створити нову машину, літак, корабель чи верстат, інженер-конструктор створює зменшену модель об'єкта, досліджує необхідні параметри його діяльності, вдосконалює, а потім робить власне об'єкт — машину, літак та ін. Процеси, які відбуваються в такій моделі й оригіналі, мають однаковий характер.

Учений-математик. Особливу роль у науці та практиці відіграють математичні моделі.

Запам'ятайте, що математичними моделями здебільшого є функції, рівняння, нерівності, системи рівнянь та системи нерівностей.

Функція є математичною моделлю, яка описує зростання продуктивності праці, зміну атмосферного тиску, розмноження бактерій, приріст деревини, населення, збільшення вантажопідйомності транспорту тощо.

Багато моделей описують даний об'єкт наближено. Так, закон всесвітнього тяжіння є наближеною моделлю руху планет Сонячної системи. Незважаючи на її простоту, вона протягом багатьох років з величезною точністю відтворювала особливості руху планет і навіть допомогла теоретично передбачити дві невідомі планети — Нептун і Плутон.

Лікар. Математичне моделювання посіло належне місце і в медицині. За допомогою математичних моделей створюються цілі органи людини. Що ж являє собою така модель? У найпростішому випадку — це формули, частіше — системи з десятків і сотень рівнянь, нерівностей, які математично виражають діяльність окремих органів людини, перебіг біологічних процесів в організмі.

Саме на шляху математичного моделювання вчені вбачають процес визволення людства від багатьох недугів, у тому числі і серцево-судинних захворювань.

А чи можна, не чекаючи спалаху грипу чи іншого інфекційного захворювання, передбачити, коли почнеться епідемія? Так. Учені-медики уже створили математичну модель грипу. Це формули з кількома десятками інтегралів, систем рівнянь, нерівностей. За їх допомогою визначають, коли хвора людина стає особливо небезпечною, яка кількість жителів регіону буде охоплена хворобою і в який період. Такий діагноз дозволяє медикам завчасно підготувати профілактичні та лікувальні засоби.

В Інституті серцево-судинних захворювань створена лабораторія математичного моделювання. Тепер стало можливим створювати індивідуальні математичні моделі відповідно до стану здоров'я кожного пацієнта і за їх допомогою лікувати небезпечні хвороби.

Вчений-еколог. Математичні моделі знаходять широке застосування в екології. Так, в Науково-дослідному інституті водних проблем розроблені математичні моделі прогнозування якості води в Чорному та Азовському морях. Створені моделі дозволяють передбачити негативні зміни, які загрожують екосистемі цих водних басейнів, та вжити своєчасно заходів, що запобігають забрудненню та руйнівній експлуатації їх багатств.

Економіст. Математичні моделі одержали широке застосування і в економіці. Розв'язують задачу про складання математичної моделі заробітної платні робітника згідно з відрядно-преміальною системою.

Економіко-математичні моделі дозволяють розв'язувати багато задач, зокрема так званих оптимізаційних задач, які виникають у найрізноманітніших видах людської діяльності. Ось одна з таких задач.

У цеху одного із заводів випускають прилади двох видів. Виробнича потужність цеху — 100 приладів першого виду або 300 другого виду. Але відділ технічного контролю в змозі перевірити тільки 150 виробів на добу. Крім того, вироби першого виду вдвічі дорожчі за вироби другого виду. Потрібно скласти такий план випуску продукції, який за даних умов забезпечував би цеху найбільший прибуток.

Вчений-кібернетик. Останнім часом у життєвій практиці почало використовуватися імітаційне моделювання. Що ж таке імітаційна модель? Це математична модель з подальшим дослідженням та експериментами на ЕОМ. Імітаційне моделювання застосовується у випадках, коли прямий експеримент неможливий. Так, в лабораторії не можна змоделювати атмосферні процеси, зробити термоядерний реактор або штучно відтворити етапи розвитку Всесвіту. Тут на допомогу приходять імітаційне моделювання. Тож, математиками, фізиками й біологами були розроблені моделі глобальних біосферних процесів, які можуть відбутися після ядерної війни. Результати імітаційного моделювання показали, що ядерний конфлікт призведе не тільки до загибелі людей від радіації, вибухів, генетичних змін. У результаті ядерних вибухів на всій планеті розпочнуться самопідтримуючі пожежі. В атмосфері будуть носитися величезні хмари сажі, пилу. Настане так звана ядерна ніч. На Землі запанує ядерна зима. Температура знизиться до -40° - -50° . Все живе на Землі зникне.

Тож завдання народів світу — зберегти мир на планеті!

Вчитель. А тепер перевіримо, як ви зрозуміли прослуханий матеріал.

Прошу дати відповіді на запитання:

1. Де ви зустрічали моделі в повсякденному житті?
2. Що таке фізичні моделі (моделювання)? Де вони зустрічаються?
3. Що таке математична модель?
4. Де використовується метод математичного моделювання?
5. Що таке імітаційне моделювання? Де воно використовується?

V. Розв'язування прикладних задач.

Побудуйте математичну модель задачі та розв'яжіть задачу (учні працюють таким чином – мають перед очима всі запропоновані задачі, тоді певний час обмірковують їх самостійно, розбиваються на пари і розв'язують обрану задачу, вчитель відмічає собі, в кого є правильні результати; далі пари можуть змінитись і вони обирають по наступній задачі; після опрацювання всіх задач проводиться презентація їх розв'язків за допомогою обраної математичної моделі).

№1.

Від квадратного листа жерсті відрізали смугу завширшки 25 см. Знайдіть початкові розміри листа, якщо площа його частини, утвореної після відрізання смуги, дорівнює 4400 см^2 .

№2.

Площа кімнати дорівнює 14 м^2 , а її довжина на $0,5 \text{ м}$ більша від ширини. Знайдіть розміри кімнати.

№3.

У 100 г гарбуза міститься 8 мг вітаміну С. Скільки треба взяти гарбуза, щоб отримати 100 мг вітаміну С?

№4.

На пошиття костюма витратили $3,2 \text{ м}$ тканини. Яку найбільшу кількість таких костюмів можна пошити, маючи 60 м цієї ж тканини?

№5.

Маса бетонного блоку дорівнює 350 кг . Скільки таких блоків може перевезти автомобіль, вантажність якого дорівнює 5 т ?

№6.

Дротом довжиною 48 м необхідно обгородити земельну ділянку прямокутної форми. Якої довжини мають бути сторони цієї ділянки, щоб її площа була найбільшою?

№7.

Катер пройшов 30 км за течією річки за $1,5 \text{ год}$, а 32 км проти течії – за 2 год . Знайдіть швидкість катера у стоячій воді та швидкість течії річки.

№8.

Катер пройшов річкою шлях від пристані А до пристані В і повернувся назад. Його швидкість у стоячій воді дорівнює 18 км/год , швидкість течії річки – 3 км/год . Відомо, що час руху катера менший, ніж 2 год , але більший, ніж $1,5 \text{ год}$. Якою може бути відстань між пристанями?

№9.

Теплохід від Києва до Херсона йде 5 діб, а від Херсона до Києва – 7 діб.

Скільки діб плистиме пліт від Києва до Херсона?

№10.

До розчину, що містить 40г солі, додали 200г води, після цього його концентрація зменшилась на 10%. Скільки води містив розчин і яка була його концентрація?

VI. Підсумок уроку.

- Підсумки конференції.
- Підсумки роботи над задачами.
- Виставлення оцінок.

VII. Домашнє завдання.

Задача 1. Кожний житель Землі витрачає за рік кількість паперу, яка отримується з трьох хвойних дерев. Скільки хвойних дерев за рік потрібно для вашої сім'ї?

Задача 2. Один гектар лісу виділяє щорічно 28 тонн кисню, а вирубується кожного року 12 млн га лісу. Скільки тонн кисню недоодрержує Земля за рік?

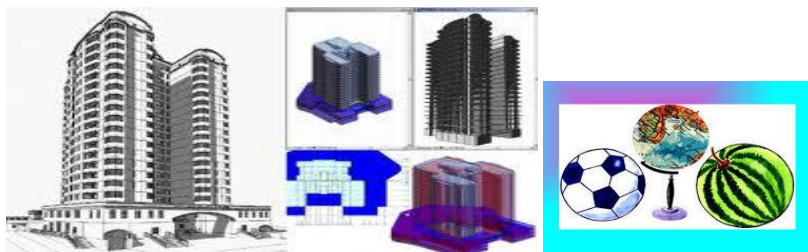
або (на оцінку високого рівня)

Дібрати й розв'язати 2 задачі прикладного характеру, які допоможуть вирішити певні життєві ситуації.

Заключне слово вчителя

На уроці ми з'ясували, в чому полягає зв'язок математики з іншими науками та з життям . Ми застосовували метод математичного моделювання для розв'язування навчальних проблем, прикладних задач, а в майбутньому, як фахівці різних галузей господарства, цим методом ви будете розв'язувати реальні задачі.

Нехай математика допоможе вам опанувати науку життя. На все добре!



ДОДАТОК 3

Задачі прикладного характеру

Задачі на об'єми фігур

(Професія "Кухар")

Задача 1



Скільки повних порцій супу міститься в каструлі, яка має форму циліндра, висота якого 40см, а діаметр 0,3м. Відомо, що одна порція містить 0,25л супу.

Задача 2

Діаметр каструлі 44см, а висота 32см. Скільки літрів води вона вміщує?

Задача 3

Скільки меду можна вмістити в посудину, що має циліндричну форму з діаметром основи 22см і висотою 46см, якщо густина меду 1350 кг/м^3 ?

Задача 4

Знайти об'єм циліндричної склянки, якщо довжина її кола основи 25,1см, а висота 8см. Скільки води вона вміщує?

Задача 5

Цинкове відро має форму зрізаного конуса з діаметрами основ 31см і 22см та твірною 27см. Скільки матеріалів пішло на його виготовлення, якщо на шви та відходи йде 12%?

Задача 6

Картоплю насипали в купу конічної форми. Довжина кола основи купи 12м, твірна — 3м. Скільки тонн картоплі знаходиться в купі? Маса 1 м^3 картоплі 800кг.

(Професії сільськогосподарського напрямку)



Задача 1

Скільки мішків аміачної селітри можна помістити в склад розмірами 20м x 9м x 4м, якщо мішок селітри можна прийняти (з певною похибкою) за прямокутний паралелепіпед розмірами 90см x 5см x 25см? (На

щілини між мішками і центральний прохід виділяється 30% об'єму складу).

Задача 2

Скільки бетонних плит, призначених для будівництва майстерень, можна навантажити на причеп трактора МТЗ – 82, якщо максимально допустиме навантаження складає 4,5 т, розміри плит 90см х 55см х 35см, а густина бетону 2,2 т/м куб.

Задача 3

По скільки рейсів повинні здійснити два самоскиди МАЗ – 5449 вантажопідйомністю 8т кожний для перевезення на тваринницьку ферму сінажу з траншеї, яка має форму прямокутного паралелепіпеда розмірами 15м х 4м х 3м, якщо маса 1м куб. сінажу складає 0,6 т?

Задача 4

Паливний бак автомобіля УАЗ – 451 ДМ з певною похибкою можна прийняти за прямокутний паралелепіпед розмірами 89см на 35см на 18см, (розміри внутрішні). На скільки кілометрів вистачить повної заправки бака, якщо витрати бензину складають 12л на 100км ?

Задачі на властивості многокутника

(Задачі будівельного напрямку)

Задача1



Начальнику управління трьох будівельних об'єктів, що заходяться в одному мікрорайоні, потрібно знайти таке місце для монтування розчинного вузла, щоб воно було на однаковій відстані від усіх трьох будинків. Як це зробити?

Задача2

Як повинна пройти магістраль, щоб відстані до неї від будівельного майданчика, заводу будівельних матеріалів та розчинного вузла були однакові?

Задача3

Чотири виробничі об'єкти на будівельному майданчику розміщені у вершинах опуклого чотирикутника. У якому місці слід побудувати завод будівельних матеріалів, щоб сума відстаней від нього до всіх виробничих об'єктів була найменшою?

Задача4

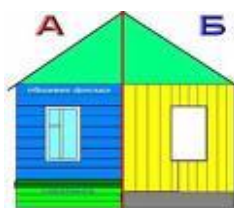
На будівництві механічного цеху машинобудівного заводу працюють жителі двох населених пунктів, яких на роботу підвозять організовано. Як знайти на шосе місце для автозаправної зупинки, щоб відстані до неї від двох населених пунктів, які знаходяться по один бік магістралі, були однаковими?

Задачі на знаходження площ фігур

(Задачі будівельного напрямку)

Задача 1

Одне вікно має розміри 1,3 х 1,1м. скільки скла піде для скління 250 таких скла йде 8% його загальної площі.



Обчисліть вікон? На обріз

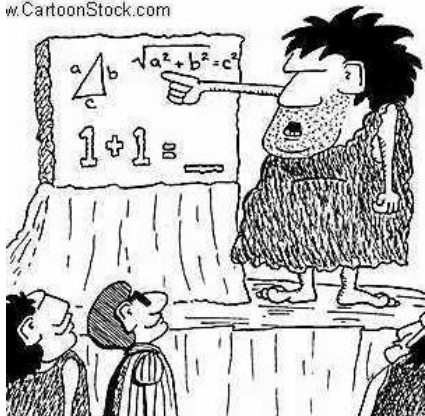
Задача 2

В кімнаті довжиною 8м і шириною 5м потрібно зробити паркетну підлогу з квадратних дощечок, сторона яких 200мм. Скільки дощечок піде на підлогу.

Задача 3

Витрати емалевої фарби ПФ-115 на одношарове покриття становить 180г на 1кв.м. Чи вистачить 4кг емалі, щоб пофарбувати стіну завдовжки 6м і заввишки 4м?

production rights obtainable from
w.CartoonStock.com



Задачі на застосування теореми Піфагора

(Задачі будівельного напрямку)

Задача1

Висота даху дорівнює 3м, а довжина крокви до її кріплення на 1м більша за половину ширини будинку. Знайти ширину будинку.

Задача2

Довжина крокви до її кріплення дорівнює $\sqrt{20}$ метрів, а ширина будинку у 4 рази більша за висоту крокви. Знайти висоту даху і ширину будинку.

Задачі практичного чи професійного змісту на знаходження площі поверхонь многогранників

Задачі будівельного напрямку

Задача 1

Скільки листів шиферу потрібно для покриття даху ангару з технікою, якщо поперечний переріз даху — рівнобедрений трикутник з основою 8 м і висотою 3 м, а довжина даху (по коньку) 30 м ?

Задача 2

Скільки фарби потрібно на покриття покрівлі чотирисхилого (чотирискатного) даху будинку, довжина якого 12 м, ширина – 8 м, кут нахилу всіх схилів (скатів) 30° , якщо витрати фарб складають 0,5 кг на 1 кв. м ?

Задача 3

Підрахувати розхід матеріалу для покриття чотирискатного даху, якщо в його основі прямокутник зі сторонами 18 м і 12 м, якщо використовується кровельне залізо, кут нахилу 45° .



Задача 4

Купол будівлі цирку лежить на правильній 12-гранній призмі. Стіни цирку подвійні, скляні. Кожна секція зовнішньої стіни має висоту 9 м і ширину 7,5 м. Внутрішні і зовнішні стіни розташовані симетрично відносно осі будівлі. Відстань між внутрішньою секцією і паралельною до неї зовнішньою секцією дорівнює 40 м. Визначте, скільки квадратних метрів скла пішло на покриття стін цирку?

Задача 5

Конусоподібний намет висотою 3,5 м і діаметром основи 4 м покрито тканиною. Скільки тканини пішло на намет?

Задачі з теми "Тіла обертання. Конус"

(Задачі будівельного напрямку)

Задача 1

Розчин висипали у вигляді конічної купи, твірна якої 6,3 м, довжина кола $C = 17,6$ м, чи вистачить його для кладки 190 куб. м стінки, якщо для кладки 1 куб. м стінки потрібно 0,23 куб. м розчину ?

Задача 2

Суміш гравію з піском у вигляді конічної купи, твірна якої 2,1 м довжина кола основи конуса $C = 6,28$ м. Якою повинна бути вантажопідйомність вантажної машини, щоб перевезти цю суміш, якщо 1 куб. м суміші має 1600 – 1900 кг ?

Задача 3

Муляру потрібно покрити поверхню загальною площею 200 кв. м. Внутрішній діаметр резервуару фарбопульту ручної дії приблизно дорівнює 178мм, висота 715мм. Відомо, що при дворазовому покритті витрачається 480г на 1 кв. м. Розрахуйте скільки разів і якою кількістю водяної фарби прийдеться наповнити робочому резервуар, щоб не залишилось залишків.

Задача 4

Робітник штукатурить вручну колону штукатуркою. Який час йому потрібний, оштукатурити колону висотою 6м і якщо норма часу 0,79 години на 1 кв. м?



покращеною
щоб
діаметром 1м,

Задача 5

Робітник штукатурить вручну колону покращеною штукатуркою висотою 5,5м і, радіус колони 0,5м. Скільки він заробить, якщо норма розцінки 15,5 грн. (ціна умовна) на 1 кв. м?

(Задачі харчового напрямку)

Задача 1

Тістомішалка має форму зрізаного конуса, у якого радіуси основ 4см і 22см, а борошносіялка — циліндричної форми. Вони мають одну і ту саму висоту та об'єм. Чому дорівнює радіус основи борошносіялки ?



Задача 2

Висота весільного торта 8дм, радіус основи 5дм. Торт розрізали так, що у перерізі утворився квадрат. Знайдіть відстань від цього перерізу до осі.

Задача 3

Яблучний сік, налитий в конічний чан висотою 0,18м і діаметром основи 0,24м переливається в циліндричний чан діаметр основи якого 0,1м. Як високо знаходиться рівень яблучного соку в чані?

Задача 4

Просіювач борошна – бурат має циліндричне сито, діаметр площі його основи дорівнює 4м, площа повної поверхні 37,68 кв.м. Під час роботи сито пошкодилось. Вирахувати площу пошкодженої частини сита (це буде площа бічної поверхні циліндра).

Задачі з теми «Куля. Сегмент кулі»

Задача 1

Водій отримав завдання перевезти землі для клумби, що має форму сегмента кулі з радіусом 5м, і висотою 60см. Скільки кубометрів землі потрібно для облаштування клумби?

Задача 2

Студент купив в магазині гарну чашку у формі сегмента кулі і хоче дізнатися, який її вміст. Він виміряв діаметр чашки і висоту, які дорівнюють відповідно 15см і 7см. Знайти об'єм чашки.

Задача 3 (будівельного напрямку)

Купол Київського цирку уявляє собою сферичний сегмент висотою 42м і діаметром основи 64м. Скільки листів перфорованого декоративного дюралю витрачено на його покриття, якщо розмір одного листа 1,25x1,75 м?



Задачі з теми «Конус. Бічна поверхня конуса»

Задача 1

Для прикрашання будівлі магазину на його даху був встановлений козирок у формі конуса. Необхідно визначити, скільки потрібно заліза на його покриття, якщо козирок має діаметр основи 2м і висоту 90см, а

листи заліза мають розміри 2x1,5 м?

Задача 2

З листа заліза вирішено зробити відро у формі конуса з діаметром основи 40см і висотою 60см. Скільки потрібно заліза? (Припуск заліза на шов – 0,6см)

Задачі з теми «Об'єми многогранників»

Задача 1

Скільки будівельної цегли і розчину потрібно для побудови стіни довжиною 12м, товщиною 0,5м, висотою 2,5м, якщо 1м³ цегляної площадки містить 400 шт. цеглин, а потреба в розчині складає 0,2 об'єму кладки?

Задача 2

Для доставки цегли використовують піддони. якою повинна бути висота одного пакету цегли, якщо розміри піддона 520x1030мм, а норма укладки в цей піддон дорівнює 800кг?

Задача 3

Потрібно побудувати овочеве сховище з прямокутною основою. Периметр основи дорівнює 110м, висота сховища – 15м. Якими повинні бути розміри сховища, щоб воно мало найбільший об'єм?

Задачі на арифметичну прогресію

(Медицина)

Задача 1

Курс повітряних ванн починається з 15 хвилин в перший день і збільшують час цієї процедури кожний наступний день на 10 хвилин. Скільки днів потрібно приймати ванни у вказаному режимі, щоб досягти максимальної тривалості 1 год 45 хв?



Задача 2

Хворий приймає ліки за наступною схемою: в перший день він приймає 5 капель, а в кожні наступні – на 5 капель більше, ніж в попередній день. Коли дійшов до 40 капель, він три дні приймає по 40 капель ліків, а потім щоденно зменшує прийом на 5 капель, доводячи його до 5 капель. Скільки флаконів ліків потрібно купити хворому, якщо в кожному міститься 20мл ліків (що складає 250 капель)?

(Фізкультура)

Задача 1

В змаганнях по стрільбі за кожний промах в серії з 25 пострілів стрілок отримує штрафні очки: за перших промах – 1 штрафне очко, за кожний наступний на 0,5 очка більше, ніж за попередній. Скільки разів потрапив в ціль стрілок, що отримав 7 штрафних очок?

Задача 2

Альпіністи в перший день підняття піднялися на висоту 1400м, а потім кожний наступний день вони проходили на 100м менше, ніж за попередній. За скільки днів вони покорили висоту в 5000м?

(Біологія)

Задача 1

Бактерія потрапивши в живий організм, до кінця 20 хвилини ділиться на дві бактерії, кожна з них до кінця наступних двадцяти хвилин ділиться знову на дві і т.д. Знайти число бактерій, що утворились з однієї бактерії до кінця доби.

Геометрія життя

Задача 1

З гарячого крану ванна заповнюється за 23 хвилини. Із холодного крану за 17 хвилин. Маша відкрила спочатку гарячий кран. Через скільки хвилин вона повинна відкрити холодний кран, щоб до моменту наповнення ванни гарячої води налилося в 1,5 разів більше, ніж холодної?

Задача 2

Який об'єм молока може вміститися в тетрапак у вигляді піраміди, основа якої рівносторонній трикутник зі стороною 20см, висотою 24см.

Задача 3

Скільки літрів води вміщує водойма, що має форму правильної чотирикутної зрізаної піраміди, якщо глибина її дорівнює 1,2м, а сторони основи 10м і 5м?

Задача 4

Бак має форму зрізаного конуса, радіуси основи якого дорівнюють 30см і 20см, а висота 24см. Визначте об'єм цього бака.

Задача 5

Скільки літрів води вміщує відро, що має форму зрізаного конуса, якщо діаметри його основ дорівнюють 28см і 24см, а твірна – 24,5см?

Задача 6

Дві сталеві кулі мають в діаметрі: 10см і 5см. В скільки разів перший шар важче за інший?

Задача 7

Стаканчик для морозива конічної форми має 12см глибини і 5см по діаметру верхньої частини. На нього зверху поклали дві ложки морозива у вигляді півкулі діаметра 5см. Чи переповнить це морозиво стаканчик, якщо дозволити йому розтанути?

Розв'язування задач за допомогою складання рівнянь, які зводяться до квадратних

Задача 1

Знайти довжину і ширину ділянки прямокутної форми, якщо її периметр 30м, а площа 56м^2 .

Задача 2

Катер проплив 9км за течією річки і 14км проти течії річки, витративши на весь шлях стільки часу, скільки йому потрібно для подолання 24км в стоячій воді. Знайдіть швидкість катера в стоячій воді, якщо швидкість течії річки 2км/год.

Задача 3

Дві бригади працюючи разом закінчили асфальтувати дорогу за 4 дні. Скільки днів було б потрібно на виконання цієї роботи кожній бригаді окремо, якщо одна з них могла закінчити асфальтувати дорогу за 6 днів раніше, ніж друга.

Задачі економічного змісту та банківська справа



Задача 1

Вкладник поклав до банку 1000 грн. За перший рік йому нарахований відсоток річних, який другого року збільшений на 2%. У кінці другого року на рахунку було 1188 грн. Скільки відсотків становила банківська ставка першого року?

Задача 2

Планом було передбачено, що підприємство протягом декількох місяців буде виготовляти 6000 одиниць продукції. Збільшивши продуктивність праці, підприємство стало виготовляти на 70 одиниць більше, ніж було передбачено, і на місяць раніше встановленого строку перевиконало завдання на 30 одиниць. Протягом скількох місяців було передбачено виготовити 6000 одиниць продукції. Відповідь: 10 місяців.

Задача 3

Книжковий магазин сплачує видавництву 90% вартості, позначеної на обкладинці книги, а реалізує книгу за зазначеною ціною. Скільки відсотків складає націнка магазину? Відповідь: 11,11%.

Задача 4

Деяка сума грошей знаходилась в касі ощадного банку під 2% річних (прості відсотки). Через деякий час ця сума була взята разом з нарахованими відсотками, що склало 8502 грн. Якщо б ця сума була отримана під три відсотки річних, але строком на 1 рік менше, то відсоткові гроші з неї склали б 819 грн. Яка була сума грошей, що поклали в ощадний банк, і який час вона там знаходилась?

Відповідь: 7800 грн., 4 роки 6 місяців.

Задача 5

На ощадну книжку було покладено 1200 грн. Через рік з книжки зняли 240 грн. Ще через рік на книжці стало 1071 грн. Скільки відсотків в рік нараховує каса?

Задачі технологічного змісту



Задача 1

Для виготовлення соку беруть 12 частин ягід і 17 частин води. Скільки ягід їм потрібно взяти, щоб отримати 232кг соку? Відповідь: 96кг.

Задача 2

Для виготовлення царської корони використовували сплав, що містить 7 частин золота і 5 частин платини. Скільки кожного металу потрібно взяти, щоб маса корони дорівнювала 2 кг 460 г? Відповідь: 1 кг 435 г золота, 1кг 25г платини.

Задача 3

Сплав містить 6 частин цинку і 8 частин заліза. Скільки потрібно взяти заліза, щоб отримати 448кг сплаву? Відповідь: 256кг.

Задача 4

Під час сушіння гриби втрачають 92% своєї ваги. Скільки свіжих грибів потрібно взяти, щоб отримати 6 кг сушених? Відповідь: 75кг.

Задача 5

До розчину, який містив 20г солі, додали 100г води, після цього концентрація розчину зменшилась на 10%. Скільки грамів води містив розчин спочатку? Відповідь: 80 г.

Задача 6

Скільки кілограмів 25-відсоткового і скільки кілограмів 50-відсоткового сплавів міді треба взяти, щоб отримати 20кг 40-відсоткового сплаву? Відповідь: 8кг 25% сплаву, 12кг 50% сплаву.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, м. Київ, доцент Бабич О. Г. Вимоги до змісту прикладних задач під час вивчення рівнянь та нерівностей, їх дидактична роль.
2. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. - М.: Просвещение, 1990. - 96 с.
3. Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: Навчальний посібник.- Житомир: Видавництво ЖДУ ім.. І. Франка, 2007. – 156с.
4. Колягин Ю.М., Пикан В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. - 1985. – №6. – С. 27-32.
5. Возняк Г., Возняк О. Прикладні задачі: від теорії до практики. - Тернопіль: Мандрівець, 2003. - 136 с.
6. Н. П. Варущик. Ніжинський державний університет імені М. Гоголя, м. Ніжин. Математичне моделювання як засіб формування евристичної діяльності старшокласників.
7. Скафа О. І. Комп'ютерно орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики: навчально методичний посібник / О. І. Скафа, О. В. Тутова: (Донецький національний університет). – Донецьк: вид-во, «Вебер», 2009 – 320с.
8. Соколенко Л. О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: навчально-методичний посібник / Л. О. Соколенко. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128с.
9. Хуторской А. В. Эвристический тип образования: результаты научно-практического исследования / А. В. Хуторской // Педагогика. – 1999. – №7 – С. 15-22. Всеукраїнська дистанційна науково-методична конференція з міжнародною участю .
10. Коваль В.В. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 142-148.
11. Слобода І.В. Математичне моделювання в процесі розв'язування текстових задач // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. –С. 285-289.

12. Швець В.О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 32.–Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009.– С. 16-23.
13. <http://www.mon.gov.ua/main.php?query=education>
14. Гребельна М.Ю. Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка, м. Суми. marinagrebelna@mail.ru Розв'язування прикладних задач методом математичного моделювання.
15. Былков В.С. Формирование понятий о математическом моделировании средствами курса алгебры и начал анализа 9 и 10 классов / В.С. Былков. — Дисс. канд. пед. наук. — М, 1986. — 195 с.
16. Величко Е. В. Реализация прикладной направленности курса алгебры неполной средней школы / Е. В. Величко. — Дисс. канд. пед. наук. — М, 1987. — 228 с.
17. Межейнікова Л.С Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі / Л.С. Межейнікова, В.О. Швець. - Х.: Вид. група «Основа», 2004. —96 с.
18. Петерсон ЛГ. Моделирование как средство формирования представлений о понятии функции в 5 - 6 классах средней школы / Л. С. Петерсон. - Дисс. канд. пед. наук — М, 1984. — 201 с.
19. Прус А .В. Прикладна спрямованість стереометрії: 10 — 11 кл. / А.В. Прус, В.О. Швець. — К.: Шк. світ, 2007. —128 с.
20. Соколенко Л.О. Збірник прикладних задач з алгебри і початків аналізу: навч.-метод. посібник для вчителів і учнів 10 — 11 кл. серед. шк., ліцеїв та гімназій фіз.-мат. спрямування / Л.О. Соколенко. — К.: Тираж, 1997.—127 с.
21. Швець В.О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики / В.О. Швець // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. — Вип. 32. — Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009. — С. 16—24.
22. Швець В.О. Еволюція математичного моделювання як методу пізнання і навчання / В.О. Швець, МО. Філімонова // Математика в школі. —2010.— №4.—С.22—25.
23. М.О. Філімонова, аспірант, В.О. Швець, канд. педагог. наук, професор, Національний педуніверситет ім. М. П. Драгоманова, м. Київ, Україна. Математичне моделювання в курсі математики основної школи: зміст і вимоги до підготовки учнів.
24. Навчальні програми для 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів (за новим Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти) математика. Програму підготували: М. І. Бурда, Ю. І. Мальований,

Є. П. Нелін, Д. А. Номіровський, А. В. Паньков, Н. А. Тарасенкова,
М. В. Чемерис, М. С. Якір.

25. Т.А.Грицик. Національний педагогічний університет імені
М.П.Драгоманова, м. Київ. Прикладна спрямованість змісту
тригонометричного матеріалу.

26. http://hadyachnmc.at.ua/Seminaru/_doc